الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية بسكرة

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — ثانوية : زاغز جلول – أورلال

الشعبة : آداب و فلسفة + لغات أجنبية — دورة : ماي 2018

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

لتكن a ، b و c ثلاث أعداد طبيعية حيث : $a = 2018\,, b = 2021\,, c = 1439$.

1. عين باقي القسمة الإقليدية لكل من a و b ، c على 5 .
2. استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من : $a+b+c$ ، $a \times b + c$ ، $2a + b^2$ على 5.
3. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1[5]$.
4. بين أن العدد $b^{2020} - 1$ يقبل القسمة على 5 .
5. عين قيم العدد الطبيعي n حيث: $b^{2020} - 1 + n \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(U_n) متتالية حسابية معرفة على N بحدها الأول : $U_0 = 3$ و $U_2 + U_5 = 41$

1. عين الأساس r للمتتالية (U_n) .
2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_n = 5n + 3$.
3. اثبت أن العدد 2018 حد من حدود المتتالية (U_n) ، ما هي رتبته ؟
4. أ) أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_1 حيث :

$$S_1 = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$$

ب) استنتج المجموع S_2 حيث :

$$S_2 = U_0 + U_1 + \cdots + U_{403}$$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ ـ أحسب النهايتين التاليتين : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب ـ أدرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم استنتج جدول تغيّراتها.

2. بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف A إحداثياتها $(0 ; 4)$.

3. اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة A .

4. بين أنه من أجل كل x من R : $f(x) = (x-1)(2x^2 + 2x - 4)$

5. عين نقط تقاطع المنحني (C_f) مع محوري الإحداثيات.

6. احسب $f(2)$, ثم ارسم كلا من (Δ) و (C_f) .

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (06 نقاط)

1. عين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد التالية : 7^0، 7^1، 7^2، 7^3، على 9 .
2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي k يكون : $7^{3k} \equiv 1[9]$.
3. استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 2023^{2019} على 9 .
4. بين أن : $2023^{2019} + 2018 + 6 \equiv 0[9]$.

التمرين الثاني : (06 نقاط)

(V_n) متتالية هندسية أساسها موجب ، معرفة على N حيث : $V_4 = 768$ و $V_2 = 48$

1. بين أن أساس المتتالية (V_n) هو 4 و حدها الأول هو 3.
2. اكتب عبارة الحد العام للمتتالية (V_n) بدلالة n.
3. احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث : $S_n = V_0+V_1+\cdots+V_n$.
4. إذا علمت أن : $4^6 = 4096$ ، عين n حيث : $S_n = 4095$.

التمرين الثالث : (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على $R-\{2\}$ بـ : $f(x) = \frac{3x+6}{x-2}$.

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 2 : $f(x) = 3 + \frac{12}{x-2}$.
2. أ ـ احسب النهايات التالية : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{\substack{x\to 2\\ <}} f(x)$ و $\lim_{\substack{x\to 2\\ >}} f(x)$.

   ب ـ استنتج معادلتي المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f) .
3. ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكل جدول تغيّراتها .
4. عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحني (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات .
5. اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
6. ارسم كلا من (Δ) و المنحنى (C_f) .

ثانوية: أغزجلول - أورلال
الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

التصحيح النموذجي لامتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

دورة: ماي 2018
الموضوع: 01

حل التمرين 01:

① لدينا:

$$\begin{array}{r|l} 2018 & 5 \\ \hline 3 & 403 \end{array}$$

وعليه: $a \equiv 3[5]$ (0,25)

- لدينا:

$$\begin{array}{r|l} 2021 & 5 \\ \hline 1 & 404 \end{array}$$

إذن: $b \equiv 1[5]$ (0,25)

- لدينا:

$$\begin{array}{r|l} 1439 & 5 \\ \hline 4 & 287 \end{array}$$

إذن: $c \equiv 4[5]$ (0,25)

② استنتاج باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل مما يلي:

* لدينا: $a \equiv 3[5]$ ، $b \equiv 1[5]$ ، $c \equiv 4[5]$

إذن:

$$a+b+c \equiv 3+1+4[5]$$
$$\equiv 8[5]$$

ننقص التردد: إذن:

$$a+b+c \equiv 8-5[5]$$
$$\equiv 3[5]$$

وعليه فإن: $a+b+c \equiv 3[5]$ (0,25)

$$a\times b+c \equiv 3\times 1+4[5]$$
$$\equiv 7[5]$$
$$\equiv 7-5[5]$$
$$\equiv 2[5]$$

إذن: $a\times b+c \equiv 2[5]$ (0,25)

*
$$2a+b^2 \equiv 2\times 3+1^2[5]$$
$$\equiv 7[5]$$
$$\equiv 7-5[5]$$
$$\equiv 2[5]$$

إذن: $2a+b^2 \equiv 2[5]$ (0,25)

③ التحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $c^{2n} \equiv 1[5]$

لدينا: $c \equiv 4[5]$

ننقص التردد:

$$\equiv 4-5[5]$$
$$\equiv -1[5]$$

(1)

إذن: $c \equiv -1[5]$

وعليه: $c^{2n} \equiv (-1)^{2n}[5]$

بما أن $2n$ عدد زوجي فإن: $(-1)^{2n}=1$

إذن: $c^{2n} \equiv 1[5]$.

ط2) لدينا: $c \equiv 4[5]$

~~وعليه~~: $c^2 \equiv 4^2[5]$

أي: $c^2 \equiv 16[5]$

ومنه: $c^2 \equiv 1[5]$

بإدخال القوة n على الطرفين:

حل التمرين 02:

① تعيين الأساس r:

لدينا: $U_0=3$ و $U_2+U_5=41$

وعلم نعلم أن عبارة الحد العام من الشكل: $U_n=U_0+nr$

وعليه فإن: $U_2=U_0+2r$
$=3+2r$

و $U_5=U_0+5r=3+5r$

بالتعويض نجد:

$U_2+U_5=41$

$3+2r+3+5r=41$

$7r+6=41$

$7r=41-6 \rightarrow 7r=35$

إذن: $r=\frac{35}{7}=5$

أي $\boxed{r=5}$

② تبين أنه من أجل كل n:

$U_n=5n+3$

لدينا مما سبق: $r=5$ و $U_0=3$

وعبارة الحد العام من الشكل:

$U_n=U_0+nr=3+5n$

إذن: $U_n=\cancel{3+}5n+3$

③ إثبات أن العدد 2018 حد من حدود المتتالية (U_n):

نثبت أن: $U_n=2018$

$\cancel{5n=2018 \rightarrow 5n=2018-3}$

4) تبين أن العدد $b^{2020}-1$ يقبل القسمة على 5:

أي نبين أن $b^{2020}-1\equiv 0[5]$

لدينا: $b\equiv 1[5]$

ولدينا: $1\equiv 1[5]$

وعليه: $b^{2020}\equiv 1^{2020}[5]$

أي: $b^{2020}\equiv 1[5]$

ولدينا: $1\equiv 1[5]$

إذن: $b^{2020}-1\equiv 1-1[5]$
$\equiv 0[5]$

أي: $b^{2020}-1\equiv 0[5]$

⑤ تعيين قيم n حيث:

$b^{2020}-1+2n\equiv 0[5]$

نعلم أن: $b^{2020}-1\equiv 0[5]$

إذن بالتعويض نجد:

$0+n\equiv 0[5]$

أي: $n\equiv 0[5]$

وعليه فإن: $n=5K+0$

أي: $n=5K$

وعليه فإن قيم n هي:

$n=5K$

حيث K عدد طبيعي

نثبت أن: $U_n=2018$

أي:

$5n+3=2018$

$5n=2018-3$

$5n=2015 \to n=\frac{2015}{5}$

$n=403$

بما أن 403 عدد طبيعي فإن 2018 حد من حدود المتتالية (U_n) و $U_{403}=2018$

رتبته هي: 404 (الحد الأول U_0)

4) أ) حساب S'_1 حيث:

$S'_1=U_0+U_1+\dots+U_n$

عدد الحدود

$=\frac{n+1}{2}\times(U_0+U_n)$

$=\frac{n+1}{2}\times(3+5n+3)$

$=\frac{n+1}{2}\times(5n+6)$

إذن: $S'_1=\frac{n+1}{2}\times(5n+6)$

ب) استنتاج S'_2 حيث:

$S'_2=U_0+U_1+\dots+U_{403}$

لدينا بتعويض $n=403$ في المجموع S'_1 نجد S'_2 حيث:

$S'_2=\frac{403+1}{2}(5\times403+6)$

$=\frac{404}{2}\times(2021)=408242$

أو باستخدام ط2: عدد حدود

$S'_2=\frac{404}{2}\times(U_0+U_{403})$

$=\frac{404}{2}\times(3+2018)=408242$

حل التمرين 03:

1) أ) حساب النهايات:

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} 2x^3=2\times(-\infty)^3$

$=2\times(-\infty)$

$=-\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} 2x^3=2\times(+\infty)^3$

$=2\times+\infty=+\infty$

ب) دراسة اتجاه تغير f:

① إيجاد المشتقة f':

لدينا الدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ والمشتقة هي:

$f'(x)=3\times2x^2-6=6x^2-6$

② دراسة إشارة $f'(x)$: أي $f'(x)=0$

$6x^2-6=0 \to 6x^2=6$

$\to x^2=\frac{6}{6} \to x^2=1$

وعليه فإن:

$\begin{cases} x_1=-\sqrt{1}=-1 \\ x_2=\sqrt{1}=1 \end{cases}$

ومنه: $x_1=-1$ ، $x_2=1$

③ استنتاج جدول اشارة f' :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

وعليه :

لدينا $f'(x) \geq 0$ على المجال $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ وعليه فإن $f(x)$ متزايدة تماما على هذا المجال.

لدينا: $f'(x) < 0$ على المجال $]-1,1[$ وعليه فإن f متناقصة تماما على هذا المجال.

- استنتاج جدول التغيرات:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-1)=8$	$\searrow$	$f(1)=0$	$\nearrow$	$+\infty$

$f(-1)=2(-1)^3-6\times(-1)+4=8$

$f(1)=2\times1^3-6\times1+4=0.$

② تبين أن $f(x)$ تقبل نقطة انعطاف $A(0,4)$ احداثيتاها

لدينا: $f(x)=2x^3-6x+4$

$f'(x)=6x^2-6$

$f''(x)=12x$

و $f''(x)=0$ أي $12x=0$

$x=0$

فإن جدول اشارة $f''(x)$:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

بما أن $f''(x)$ تنعدم عند 0 وتغير اشارتها فإن (Cf) يقبل نقطة انعطاف A احداثيتاها

$A(0,f(0)) \to A(0,4)$

$(f(0)=2\times0^3-6\times0+4=4)$

③ كتابة معادلة المماس (Δ) عند النقطة A :

$y=f'(0)(x-0)+f(0)$

$=f'(0)\times x+f(0)$

$=-6x+4$

④ تبين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن $f(x)=(x-1)(2x^2+2x-4)$

لدينا: $f(x)=(x-1)(2x^2+2x-4)$

$=2x^3+\cancel{2x^2}-4x-\cancel{2x^2}-2x+4$

$=2x^2-6x+4$

وهو المطلوب.

⑤ تعيين نقط تقاطع (Cf) مع محوري الاحداثيات:

أ) مع محور الفواصل أي: $f(x)=0$

لدينا: $f(x)=0$

$(x-1)(2x^2+2x-4)=0$

$\begin{cases} x-1=0 \longrightarrow \boxed{x_1=1} \\ 2x^2+2x-4=0 \longrightarrow \Delta \text{ المميز} \end{cases}$

$2x^2+2x-4=0$

لدينا: $a=2 , b=2 , c=-4$

وعليه: $\Delta=b^2-4ac=$

$=2^2-4\times2\times(-4)=4+32=36$

وعليه: $\Delta=36>0$ إذن يوجد حلين x_1 و x_2 مختلفين حيث:

$x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2-6}{4}=\frac{-8}{4}=-2$

و $x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2+6}{4}=\frac{4}{4}=1$

إذن: $x_1=1$ ، $x_2=-2$.

إذن: نستنتج أن نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هي: $(1,0)$ و $(-2,0)$.

ب) مع محور التراتيب:

لدينا $x=0$ ونحسب $f(0)$:

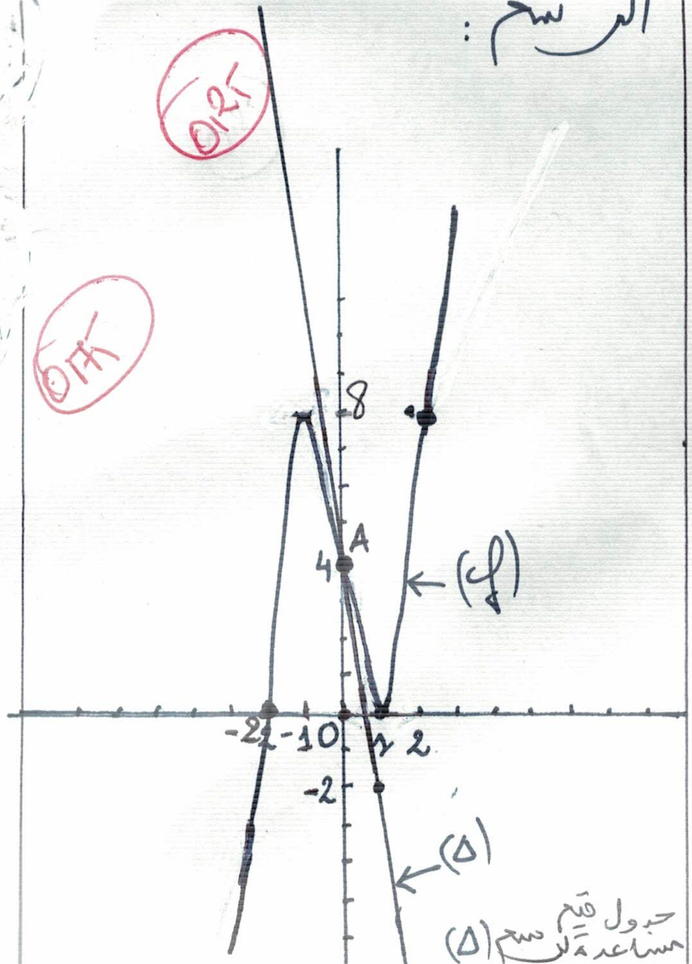
$f(0)=2\times0^3-6\times0+4=4$

إذن نقطة تقاطع (C_f) مع محور التراتيب هي: $(0,4)$.

6) حساب $f(2)$:

$f(2)=2\times2^3-6\times2+4=16-12+4$
$=4+4=8$

الرسم:



جدول قيم مساعدة لرسم (Δ)

x	0	1
y	4	-2

ثانوية: زاغز جلول أورلال
الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية.

التصحيح النموذجي لامتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

دورة: ماي 2018
الموضوع: 02

حل التمرين الأول:

① لدينا: $7 \equiv 7 [9]$

وعليه: $7^0 \equiv 7^0 [9]$ (0.25)

$\equiv 1 [9]$ باقي.

لدينا: $7^1 \equiv 7^1 [9]$ (0.25)

$\equiv 7 [9]$ باقي

لدينا: $7^2 \equiv 7^2 [9]$ (0.25)

$\equiv 49 [9]$

ولدينا: $\begin{array}{r|l} 49 & 9 \\ 4 & 5 \end{array}$

إذن: $7^2 \equiv 4 [9]$ باقي

ولدينا: $7^3 \equiv 7^3 [9]$ (0.25)

$\equiv 343 [9]$

و $\begin{array}{r|l} 343 & 9 \\ 1 & 38 \end{array}$

إذن: $7^3 \equiv 1 [9]$ باقي.

(1)

② تبين أنه من أجل كل عدد طبيعي K يكون: $7^{3K} \equiv 1 [9]$

لدينا: $7^3 \equiv 1 [9]$

وعليه:

$(7^3)^K \equiv (1)^K [9]$

بما أن K عدد طبيعي فإن: $1^K = 1$

و $(7^3)^K = 7^{3\times K}$ نتحصل على:

$7^{3K} \equiv 1 [9]$

وهو المطلوب.

③ استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد: 2023^{2019} على 9:

(1.25) لدينا: $2023 \equiv 2023 [9]$

و $\begin{array}{r|l} 2023 & 9 \\ 7 & 244 \end{array}$

إذن: $2023 \equiv 7 [9]$

و $2023^{2019} \equiv 7^{2019} [9]$

ولدينا: $7^{2019} = 7^{3\times 673}$

ونعلم مسبقا أن: $7^{3K} \equiv 1 [9]$

إذن: $7^{2019} = 7^{\underbrace{3\times 673}_{K}}$

وعليه فنستنتج أن:

$7^{2019} = 7^{3\times 673} \equiv 1 [9]$

ومنه: فإن:

$2023^{2019} \equiv 1 [9]$.

إذن الباقي هو 1.

بما أن المتتالية (V_n) هندسية
أساسها موجب أي $q>0$ فإن:

(1) $\begin{cases} q=-4 \longrightarrow \text{مرفوض} \\ q=4 \longrightarrow \text{مقبول} \end{cases}$

إذن $q=4$.

ب- إيجاد V_0:

لدينا: عبارة الحد العام تكون

$V_n=V_0\times q^n$

باستخدام V_2 أو V_4 نجد V_0:

$V_2=V_0\times q^2 \to 48=V_0\times 4^2$

$48=V_0\times 16 \to V_0=\frac{48}{16}$

(1) $\to \boxed{V_0=3}$

إذن $V_0=3$.

(2) كتابة V_n بدلالة n العبارة الحد العام:

(1) $V_n=V_0\times q^n=3\times 4^n$.

(3) حساب S_n حيث:

$S_n=V_0+V_1+\dots+V_n$

$=V_0\times\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)=3\times\left(\frac{1-4^{n+1}}{1-4}\right)$

(1.5)

$=\frac{\cancel{3}\times(1-4^{n+1})}{-\cancel{3}}=-(1-4^{n+1})$

$=-1+4^{n+1}$.

إذن: $S_n=-1+4^{n+1}$

(4) ~~استنتاج~~ تبيين أن:

$2023^{2019}+2018+6\equiv 0[9]$

لدينا: $2023^{2019}\equiv 1[9]$

و $2018\equiv 2018[9]$

و $\begin{array}{r|l} 2018 & 9 \\ \hline 2 & 224 \end{array}$

(1.5)

أي $2018\equiv 2[9]$

و $6\equiv 6[9]$

إذن: $2023^{2019}+2018+6\equiv 1+2+6[9]$

$\equiv 9[9]$

$\equiv 9-9[9]$

$\equiv 0[9]$.

حل التمرين 02:

(1) تبيين أن أساس المتتالية هو 4 وحدها الأول 3:

لدينا: $V_m=V_p\times q^{m-p}$

حيث: $V_2=48, V_4=768$

و $p=2, m=4$

إذن: $V_4=V_2\times q^{4-2}$

أي: $V_4=V_2\times q^2$

$768=48\times q^2\to q^2=\frac{768}{48}$

$\to q^2=16 \to \begin{cases} q=-\sqrt{16}=-4 \\ q=\sqrt{16}=4 \end{cases}$

④ تعيين n حيث: $S'_n = 4095$

لدينا:

$S'_n = 4095$

$-1 + 4^{n+1} = 4095$

$4^{n+1} = 4095 + 1$

$4^{n+1} = 4096$

ونعلم أن: $4^6 = 4096$

إذن:

$4^{n+1} = 4^6$

وعليه فإن: $n+1 = 6 \to n = 6-1$

$\boxed{n = 5}$

إذن:

حل التمرين 03:

① التحقق أن: $f(x) = 3 + \frac{12}{x-2}$

لدينا:

$$f(x) = \frac{3(x-2)+12}{x-2} = \frac{3x-6+12}{x-2} = \frac{3x+6}{x-2}.$$

وهو المطلوب

② حساب النهايات:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{3\cancel{x}}{\cancel{x}} = 3.$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{3\cancel{x}}{\cancel{x}} = 3$$

نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل معادلته: $y = 3$

$$\lim_{\substack{x\to 2 \\ <}} f(x) = \frac{3\times2+6}{0} = \frac{12}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to 2 \\ >}} f(x) = \frac{3\times2+6}{0} = \frac{12}{0^+} = +\infty$$

نستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور التراتيب معادلته: $x = 2$.

③ دراسة اتجاه التغير:

أ) حساب $f'(x)$:

لدينا الدالة f معرفة وقابلة للإشتقاق على $R-\{2\}$ ودالتها المشتقة:

$$f'(x) = \frac{U'\times V - U\times V'}{V^2}$$

حيث: $f(x) = \frac{3x+6 \to U}{x-2 \to V}$

$U(x) = 3x+6 \to U'(x) = 3$

$V(x) = x-2 \to V'(x) = 1$

وعليه:

$$f'(x) = \frac{U'\times V - U\times V'}{V^2} = \frac{3(x-2) - (3x+6)\times 1}{(x-2)^2} = \frac{\cancel{3x}-6-\cancel{3x}-6}{(x-2)^2} = -\frac{12}{(x-2)^2}.$$

ب) اشارة $f'(x)$:

لدينا : $f'(x) = -\frac{12}{(x-2)^2} < 0$

~~إذن: $f(x)$ متناقصة تماما على $R-\{2\}$~~

~~- استنتاج جدول التغيرات :~~

ج) جدول اشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	

أي $f(x)$ متناقصة تماما على $R-\{2\}$.

د) استنتاج جدول التغيرات

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	3	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	3

4) تعيين احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات :

أ) مع محور الفواصل : $f(x)=0$

أي لدينا : $f(x)=0$

ومنه : $\frac{3x+6}{x-2}=0$

$3x+6=0 \rightarrow 3x=-6$

$\rightarrow x=\frac{-6}{3} \rightarrow \boxed{x=-2}$

ومنه نقطة تقاطع (C_f) مع محور الفواصل هي : $(-2,0)$

ب) مع محور التراتيب :

لدينا $x=0$ ونحسب $f(0)$:

$f(0)=\frac{3\times0+6}{0-2}=\frac{6}{-2}=-3$

إذن نقطة تقاطع (C_f) مع محور التراتيب هي :

$(0,-3)$

5) معادلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 0 :

$y=f'(0)(x-0)+f(0)$

$=f'(0)x+f(0)$

$f'(0)=-\frac{12}{(0-2)^2}=-\frac{12}{(-2)^2}=-\frac{12}{4}$

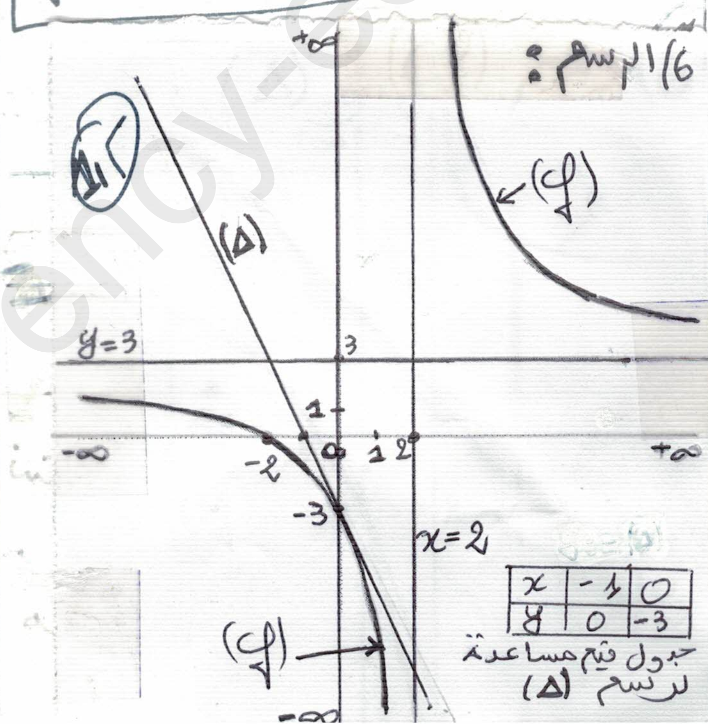
$=-3$

و $f(0)=-3$

إذن : $y=f'(0)x+f(0)$

$\boxed{y=-3x-3}$

6) الرسم :



x	-1	0
y	0	-3

جدول قيم مساعدة لرسم (Δ)