

الإمتحان الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقاط)

يحتوي كيس على 12 كرة منها: ثلاث بيضاء مرقمة بـ 1, 1, 2 وأربعة حمراء مرقمة بـ 1, 1, 2, 2 وخمسة خضراء مرقمة بـ 1, 2, 2, 3, 2.

نسحب عشوائيا من الكيس كرتين في آن واحد **الكريات لا يمكن التمييز بينها عند اللمس**

1- نعتبر الحادثتان: A "سحب كرتين من نفس اللون" و B "سحب كرة خضراء على الأقل"

أ- أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث: A , B و $A \cap B$

ب- هل الحادثتان A و B مستقلتان؟ مع التعليل

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين.

أ- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X عرف قانون احتماله.

ب- أحسب: $E(X)$; $V(X)$ و $\delta(X)$.

التمرين الثاني: (4 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $63x + 5y = 159$

(1) تحقق ان العددين 5 و 63 أوليان فيما بينهما ثم بين ان المعادلة (E) تقبل حولا.

(2) برهن أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 3 \pmod{5}$ ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

(3) λ عدد طبيعي يكتب $5\alpha 0\alpha$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 و يكتب $\beta 10\beta 0$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين الطبيعيين α و β ثم اكتب $\lambda + 4$ في النظام العشري.

(4) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n , باقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 5

ب- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل العدد $3^{x-y} + 4n + 1441^{2019}$ القسمة على 5, حيث (x, y) حلول المعادلة (E)

و x عدد طبيعي.

التمرين الثالث: (5 نقاط)

الشكل المعطى هو التمثيل البياني (C) للدالة f المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{0}; \vec{i}; \vec{j})$

(أ) درس إتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$

(ب) بين أنه إذا كان $x \in [1; \sqrt{3}]$ فإن $f(x) \in [1; \sqrt{3}]$

(2) نعرف المتتالية (u_n) كمايلي: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

أ- باستعمال التمثيل البياني (C) والمستقيم (Δ) مثل الحدود u_0 ; u_1 و u_2 على محور الفواصل -دون حسابها- مبرزا خطوط الانشاء , ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

ج- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(2 - \sqrt{u_n^2 + 1})}{\sqrt{u_n^2 + 1}}$, ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

د- استنتج أن (u_n) متقاربة.

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \frac{u_n^2}{3 - u_n^2}$

أ- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n , ثم استنتج u_n بدلالة n

ج - احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) أحسب P_n بدلالة n حيث : $P_n = \frac{(u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n)^2}{(3 - u_0^2)(3 - u_1^2) \dots (3 - u_n^2)}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء 01: نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = -4e^{2x} + 17e^x - 4$

1- بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $g(x) = -4(e^x - 4)\left(e^x - \frac{1}{4}\right)$, ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

الجزء 02: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي : $f(x) = \frac{(4x+9)e^x - 4x}{9(1-e^x)}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(x) = -\frac{4}{9}x + \frac{e^x}{1-e^x}$

(2) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من \mathbb{R}^* : $f(x) = ax + b + \frac{1}{1-e^x}$

(3) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

(4) أ- بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R}^* : $f'(x) = \frac{g(x)}{9(1-e^x)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

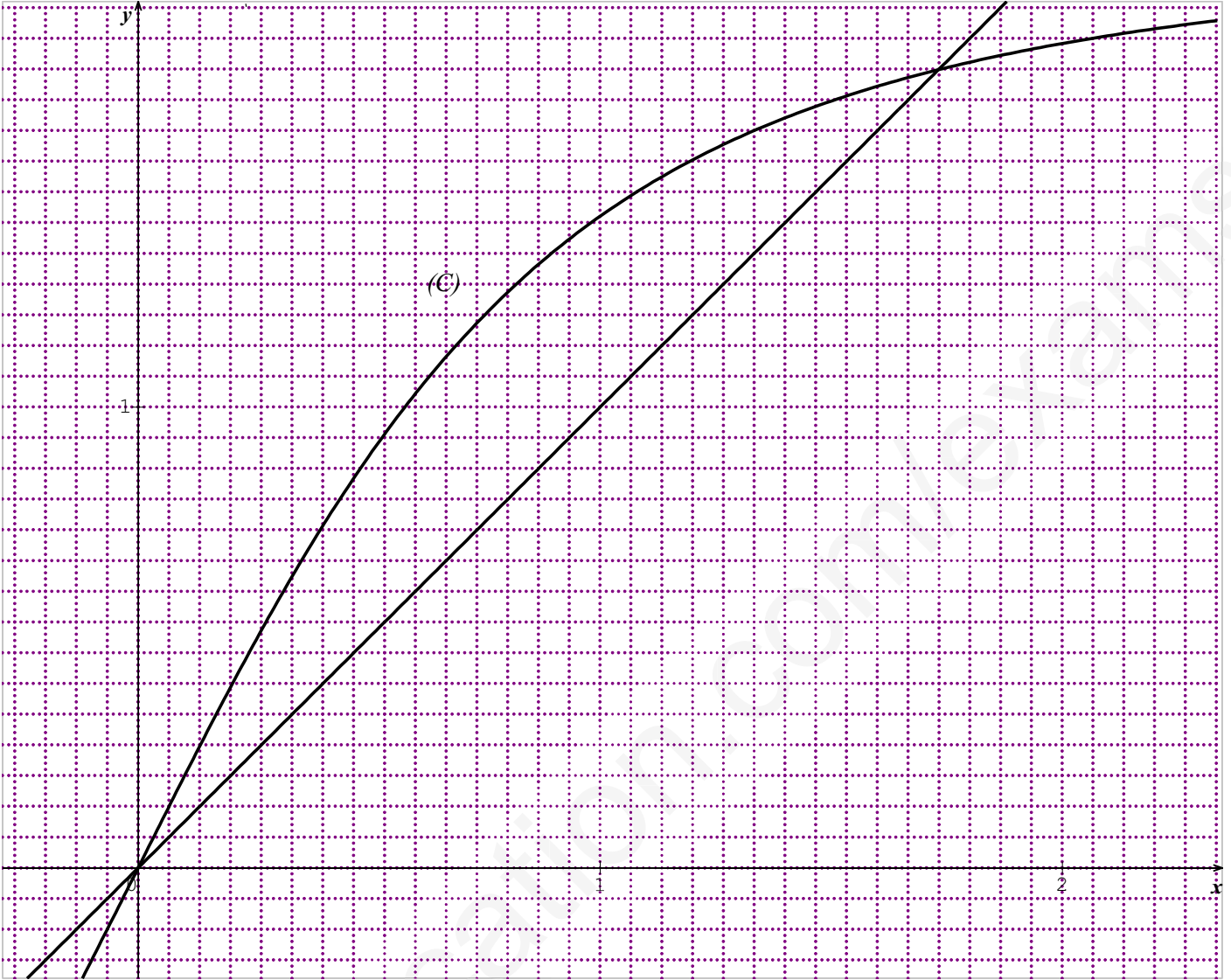
(5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(-x) + f(x) = -1$, ماذا تستنتج؟

(6) أ- بين أن (Δ_1) و (Δ_2) مستقيمان مقاربان للمنحنى (C_f) معادلتهما على الترتيب : $y = -\frac{4}{9}x - 1$ و $y = -\frac{4}{9}x$

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لكل من المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) .

(7) انشئ (Δ_1) , (Δ_2) و (C_f) .

(8) ناقش بيانها حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $\frac{e^x}{1-e^x} = m$



الاسم:

اللقب:

القسم:

ملاحظة: تعاد مع ورقة الاجابة

بالتوفيق والنجاح في بكالوريا