الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية وهران

امتحان بكالوريا تجريبية | ثانويات مقاطعة وهران 04

الشعبة: تقني رياضي | دورة: 2021

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 4 سا ونصف

**على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:**

## الموضوع الأول

**التمرين الأول:( 4 نقاط )**

تحتوي علبة على تسع بطاقات لا يمكن التمييز بينها. بطاقتان بيضاوان تحملان الرقم 1 و ثلاث بطاقات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 2 و أربع بطاقات سوداء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 3 . نسحب عشوائيا من العلبة بطاقتين على التوالي و بدون إرجاع ، نعتبر الحادثتين التاليتين:

$A$ " البطاقتان المسحوبتان من نفس اللون " ، $B$ " البطاقتان المسحوبتان تحملان نفس الرقم "

1) بين أن: $p(A)=\frac{5}{18}$ ثم احسب $p(B)$ .

2) أ ـ احسب احتمال سحب بطاقتين من نفس اللون وتحملان نفس الرقم.

ب ـ استنتج $p(A\cup B)$ .

3) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب المضاعف المشترك الأصغر للرقمين المسحوبين.

أ ـ عرف قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ ثم احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ .

ب ـ احسب التباين $V(X)$ ثم استنتج $V(-3X)$ .

**التمرين الثاني:( 4 نقاط )**

$(u_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0=-1$ ، $u_1=\frac{1}{2}$ و من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$: $u_{n+2}=u_{n+1}-\frac{1}{4}u_n$

و لتكن المتتالية $(v_n)$ المعرفة على بـ: $v_n=u_{n+1}-\frac{1}{2}u_n$

1) أ ـ اثبت أن $(v_n)$ هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول $v_0$ .

ب ـ اكتب بدلالة $n$ عبارة الحد العام $v_n$ .

ج ـ احسب بدلالة $n$ الجداء: $p_n=v_0\times v_1\times\cdots\times v_n$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}p_n$ .

2) نضع من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$: $w_n=\frac{u_n}{v_n}$

أ ـ اثبت أن $(w_n)$ متتالية حسابية أساسها 2 يطلب حساب حدها الأول $w_0$ .

ب ـ اكتب بدلالة $n$ عبارة الحد العام $w_n$ ثم عين أصغر عدد طبيعي $n$ الذي يحقق: $10^{w_n}>2021$

ج ـ احسب بدلالة $n$ المجموع $s_n$ حيث: $s_n=u_0+2u_1+2^2u_2+\cdots+2^nu_n$

اقلب الصفحة

**التمرين الثالث:( 4 نقاط )**

من بين الإجابات المقترحة اختر الإجابة الوحيدة الصحيحة مع التعليل.

1) باقي القسمة الإقليدية للعدد $1954^{2020}$ على 5 هو: أ ـ 1 ب ـ 2 ج ـ 3

2) في مجموعة الأعداد الصحيحة حلول المعادلة التالية $12x+17y=1$ هي الثنائيات $(x;y)$ حيث:

أ ـ $(17k-7;5-12k)$ ب ـ $(-7k;5k)$ ج ـ $(17k-5;7-12k)$. حيث $k\in\mathbb{Z}$

3) $a$ عدد طبيعي حيث: $a=\overline{421}$ في النظام ذي الأساس 5. $a$ يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل:

أ ـ $a=\overline{111}$ ب ـ $a=\overline{303}$ ج ـ $a=\overline{222}$

4) في مجموعة الأعداد الصحيحة، المعادلة ذات المجهول $x$ التالية $x^2-4x-2\equiv 0[5]$ :

أ ـ لا تقبل حلولا ب ـ حلولها تحقق: $x\equiv -3[5]$ ج ـ حلولها تحقق: $x\equiv 1[5]$ أو $x\equiv 3[5]$

**التمرين الرابع:( 8 نقاط )**

$f$ دالة عددية معرفة على $[-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+xe^{-x}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ ـ $(T)$ هو المماس للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة $J(0;1)$ . اكتب معادلة للمماس $(T)$ .

ب ـ اكتب معادلة للمستقيم $(T')$ الموازي للمماس $(T)$ ويشمل النقطة ذات الفاصلة $A(-1;1-e)$ .

4) أ ـ برهن أن المنحنى $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $\alpha$ حيث: $\alpha\geq -1$ .

ب ـ بين أن: $e^{\alpha}=-\alpha$ ثم استنتج طريقة لإنشاء نقطة تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع محور الفواصل بدقة.

5) أنشئ المستقيم $(T')$، المماس $(T)$ والمنحنى $(C_f)$ .

6) $m$ وسيط حقيقي. نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي $x$ التالية: $\frac{1-m}{x}=1-e^{-x}$ ..... $(E)$

أ ـ بين أن كل حل للمعادلة $(E)$ هو فاصلة نقطة تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع المستقيم: $(T_m): y=x+m$.

ب ـ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة $(E)$ .

7) لتكن المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $u_n=\ln[f(n)-1]$

ـ اكتب بدلالة $n$ عبارة المجموع $s_n$ المعرف بـ: $s_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$

8) لتكن الدالة $k$ المعرفة على $[-1;1]$ بـ: $k(x)=f(x^2)$

أ ـ عين الدالة المشتقة $k'$ بدلالة $f'$ .

ب ـ ادرس اتجاه تغير الدالة $k$ ثم شكل جدول تغيراتها.

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول:( 4 نقاط )**

يحتوي صندوق على ثماني كرات متمايزة لا نفرق بينها عند اللمس, منها كرتان حمراوان تحملان الرقم 0 و ثلاثة كرات بيضاء تحمل الرقم 2 و ثلاثة كرات خضراء تحمل الارقام 1, 2, 4.

I. نسحب عشوائيا و في أن واحد ثلاث كرات من الصندوق

1) احسب احتمال الحدثين التالين :

A : " الكرات المسحوبة لا تحمل الرقم 0". B : " جداء الأعداد الظاهرة على الكرات المسحوبة يساوي 8".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة جداء الأعداد الظاهرة على الكرات المسحوبة.

أ ـ عين قيم المتغير العشوائي X و حدد قانون احتماله.

ب ـ احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X و انحرافه المعياري.

II. في هذه المرحلة نعوض الكرات الثلاثة البيضاء ب $n$ كرة بيضاء حيث $n$ عدد طبيعي و $n>2$ , ثم نسحب عشوائيا كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة الأولى إلى الصندوق.

نعتبر الحدثين التاليين: E : " الكرتان المسحوبتان بيضاوان" F : " الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون".

أ ـ احسب $p(E)$ بدلالة $n$.

ب ـ بين أن $p(D)=\dfrac{n^2+13}{n^2+10n+25}$ ثم عين اصغر قيمة ل $n$ حتى يكون $p(D)>\dfrac{1}{2}$.

**التمرين الثاني:( 4.5 نقاط )**

$(u_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0=11$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1}=2+\sqrt{u_n-2}$ .

1) برهن بالتراجع انه من اجل أجل كل عدد طبيعي $n$ فان : $3\le u_n\le 11$ .

2) ا- تحقق انه من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\sqrt{u_n-2}(1-\sqrt{u_n-2})$ .

ب- اثبت أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة.

3) ا- برهن انه من اجل كل عدد طبيعي $n$: $0\le u_{n+1}-3\le\dfrac{1}{2}(u_n-3)$ .

ب- استنتج انه من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$: $0\le u_n-3\le 8\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ و احسب نهاية المتتالية $(u_n)$ .

4) لتكن $(v_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ ب $v_n=ln(u_n-2)$ .

ا- بين أن المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تحديد اساسها و حدها الاول.

ب- اكتب كلا من $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ مرة ثانية.

5) احسب الجداء $P_n=(u_{1442}-2)\times(u_{1443}-2)\times\ldots\times(u_{2021}-2)$

اقلب الصفحة

**التمرين الثالث:( 4 نقاط )**

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

1) $(u_n)$ متتالية حسابية حيث $u_3 = 25$ و $u_8 = 3$ ـ أساس المتتالية $(u_n)$ هو:

أ ـ $\frac{-22}{5}$ ب ـ $\frac{22}{5}$ ج ـ $\frac{-3}{8}$

2) نعتبر المعادلة ذات المجهول $x$ التالية $-2e^{2x} + 4e^{x} - 4 = 0$

ـ حلول هذه المعادلة هي $S$ حيث: أ ـ $S = \{0;1\}$ ب ـ $S = \{0\}$ ج ـ $S = \phi$

3) ليكن $X$ المتغير العشوائي وقانون احتماله معرف بالجدول المقابل:

| $X = x_i$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $P(X = x_i)$ | $\alpha$ | $2\alpha$ | $3\alpha$ |

قيمة العدد الحقيقي $\alpha$ هي:

أ ـ $\frac{1}{9}$ ب ـ $\frac{1}{3}$ ج ـ $\frac{1}{6}$

4) قسم دراسي يتكون من 3 ذكور و 25 إناث، يراد تشكيل لجنة تتكون من: رئيس و نائب رئيس و عضوين

عدد الطرق الممكنة لتشكيل لجنة من نفس الجنس هو:

أ ـ 303600 ب ـ 390000 ج ـ 151800

**التمرين الرابع:( 7.5 نقاط )**

I. لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{x}{2} + (x+1)\ln(x+1)$ .

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ على $]-1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) احسب $g(0)$ و استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم $x$ .

II. نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x) = x^2 \ln(x+1)$. و $(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من $]-1;+\infty[$ : $f'(x) = \frac{2xg(x)}{x+1}$ .

3) ادرس تغيرات الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين معادلة ل $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5) بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديدها.

6) احسب $f(1)$ , $f(2)$ و أنشئ كلا من $(C_f)$ و $(T)$ .

III. $h$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب: $h(x) = (x^2 - 2|x| + 1)\ln|x|$ .

1) احسب $h(-x) - h(x)$ ماذا تستنتج؟

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من $\mathbb{R}^*$ : $h(x) = f(|x|-1)$ .

3) اشرح طريقة إنشاء التمثيل البياني $(C_h)$ للدالة $h$ انطلاقا من التمثيل البياني $(C_f)$ ثم ارسمه.

انتهى الموضوع الثاني